

Les Nombres complexes

HARAU C.

12 janvier 2007

- 1 Évolution de résolution d'équation
- 2 Écriture
- 3 Opérations
- 4 Exercices

Objectifs

- maîtriser les calculs avec les nombres complexes

Objectifs

- maîtriser les calculs avec les nombres complexes
- utiliser les nombres complexes en géométrie

Résoudre les équations suivantes :

- $2x - 4 = 0$

Résoudre les équations suivantes :

- $2x - 4 = 0$

- $2x + 4 = 0$

Résoudre les équations suivantes :

- $2x - 4 = 0$

- $2x + 4 = 0$

- $2x - 1 = 0$

Résoudre les équations suivantes :

- $2x - 4 = 0$
- $2x + 4 = 0$
- $2x - 1 = 0$
- $3x - 1 = 0$

Résoudre les équations suivantes :

- $2x - 4 = 0$

- $2x + 4 = 0$

- $2x - 1 = 0$

- $3x - 1 = 0$

- $x^2 - 3 = 0$

Résoudre les équations suivantes :

- $2x - 4 = 0$

- $2x + 4 = 0$

- $2x - 1 = 0$

- $3x - 1 = 0$

- $x^2 - 3 = 0$

- $x^2 + 3 = 0$

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algébrique
- Trigonométrique

3 Opérations

- Somme
- Produit
- Quotient

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- Exercice 7 page 208
- Exercice 13 page 210

Écriture ...

Algébrique

$z = a + bj$ (a, b) sont des nombres et $j^2 = -1$

Exemple

La solution de l'activité 1 est le nombre complexe $z = \sqrt{3}j$

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algébrique
- Trigonométrique

3 Opérations

- Somme
- Produit
- Quotient

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- Exercice 7 page 208
- Exercice 13 page 210

Écriture ...

Trigonométrie

Pour représenter le nombre complexe $z = a + bj$, on utilise un plan.

z peut s'écrire également $z = [\rho ; \theta]$

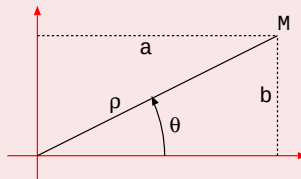
$$\rho = |z| = ||\overrightarrow{OM}|| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

ρ est le module de ce nombre

$$\cos \theta = \frac{a}{\rho} ; \sin \theta = \frac{b}{\rho}$$

θ est l'argument.

On dit que M est l'image de z
 z est l'afixe de M .



Écriture ...

Trigonométrie

Pour représenter le nombre complexe $z = a + bj$, on utilise un plan.

z peut s'écrire également $z = [\rho ; \theta]$

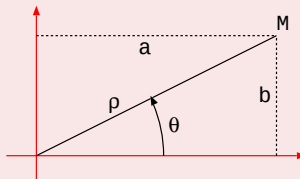
$$\rho = |z| = ||\overrightarrow{OM}|| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

ρ est le module de ce nombre

$$\cos \theta = \frac{a}{\rho} ; \sin \theta = \frac{b}{\rho}$$

θ est l'argument.

On dit que M est l'image de z
 z est l'abscisse de M.



Exemple

Donner le module et l'argument des nombres complexes suivants :

① $z_1 = 2j$

③ $z_3 = 1 + j$

② $z_2 = -3,5$

④ $z_4 = 3 + 4j$

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algébrique
- Trigonométrie

3 Opérations

- **Somme**
- Produit
- Quotient

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- Exercice 7 page 208
- Exercice 13 page 210

Somme de deux nombres complexes

Si $z = a + bj$ et $z' = a' + b'j$ alors $z + z' = (a + a') + (b + b')j$

Faire la somme des deux nombres complexes suivants :

$$z = 3 - 2j \text{ et } z' = -4 + 5j$$

Somme de deux nombres complexes

Si $z = a + bj$ et $z' = a' + b'j$ alors $z + z' = (a + a') + (b + b')j$

Faire la somme des deux nombres complexes suivants :

$$z = 3 - 2j \text{ et } z' = -4 + 5j$$

$$z + z' = 3 - 4 + (-2 + 5)j = -1 + 3j$$

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algébrique
- Trigonométrie

3 Opérations

- Somme
- **Produit**
- Quotient

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- Exercice 7 page 208
- Exercice 13 page 210

Forme algébrique

Si $z = a + bj$ et $z' = a' + b'j$, alors $zz' = (aa' - bb') + (ab' + a'b)j$

Forme trigonométrique

Si $z = [\rho ; \theta]$ et $z' = [\rho' ; \theta']$, alors $zz' = [\rho\rho' ; \theta + \theta']$

Exemples :

- $z = 3 - 2j$ et $z' = -4 + 5j$
- $z = \left[2 ; -\frac{\pi}{2}\right]$ et $z' = \left[3 ; \frac{\pi}{4}\right]$

Forme algébrique

Si $z = a + bj$ et $z' = a' + b'j$, alors $zz' = (aa' - bb') + (ab' + a'b)j$

Forme trigonométrique

Si $z = [\rho ; \theta]$ et $z' = [\rho' ; \theta']$, alors $zz' = [\rho\rho' ; \theta + \theta']$

Exemples :

- $z = 3 - 2j$ et $z' = -4 + 5j$
 $zz' = (3 \times (-4) - (-2) \times 5) + (3 \times 5 + (-4) \times (-2))j = -2 + 23j$
- $z = \left[2 ; -\frac{\pi}{2}\right]$ et $z' = \left[3 ; \frac{\pi}{4}\right]$
 $zz' = \left[2 \times 3 ; -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right] = \left[6 ; -\frac{\pi}{4}\right]$

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algébrique
- Trigonométrique

3 Opérations

- Somme
- Produit
- **Quotient**

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- Exercice 7 page 208
- Exercice 13 page 210

Pour calculer le quotient de deux nombres complexes, on introduit une nouvelle notion.

Si $z = a + bj$, on appelle conjugué de z le nombre $\bar{z} = a - bj$

Si $z = [\rho ; \theta]$, alors $\bar{z} = [\rho ; -\theta]$

De plus $z \times \bar{z} = |z|^2$

Forme algébrique

Pour deux nombres complexes z et z' , alors $\frac{z'}{z} = \frac{z\bar{z}'}{|z'|^2}$

Forme trigonométrique

Si $z = [\rho ; \theta]$ et $z' = [\rho' ; \theta']$, alors $\frac{z'}{z} = [\frac{\rho}{\rho'} ; \theta - \theta']$

Exemples :

- $z = 2 + 2j$ et $z' = -1 + j$

- $z = [2 ; -\frac{\pi}{2}]$ et $z' = [3 ; \frac{\pi}{4}]$

Pour calculer le quotient de deux nombres complexes, on introduit une nouvelle notion.

Si $z = a + bj$, on appelle conjugué de z le nombre $\bar{z} = a - bj$

Si $z = [\rho ; \theta]$, alors $\bar{z} = [\rho ; -\theta]$

De plus $z \times \bar{z} = |z|^2$

Forme algébrique

Pour deux nombres complexes z et z' , alors $\frac{z'}{z} = \frac{z\bar{z}'}{|z'|^2}$

Forme trigonométrique

Si $z = [\rho ; \theta]$ et $z' = [\rho' ; \theta']$, alors $\frac{z'}{z} = [\frac{\rho}{\rho'} ; \theta - \theta']$

Exemples :

- $z = 2 + 2j$ et $z' = -1 + j$

$$\frac{z}{z'} = -2j$$

- $z = [2 ; -\frac{\pi}{2}]$ et $z' = [3 ; \frac{\pi}{4}]$

$$\frac{z}{z'} = [\frac{2}{3} ; -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}] = [\frac{2}{3} ; -\frac{3\pi}{4}]$$

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algèbre
- Trigonométrie

3 Opérations

- Somme
- Produit
- Quotient

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- Exercice 7 page 208
- Exercice 13 page 210

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algèbrique
- Trigonométrie

3 Opérations

- Somme
- Produit
- Quotient

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- **Exercice 7 page 208**
- Exercice 13 page 210

Exercice 7 page 208

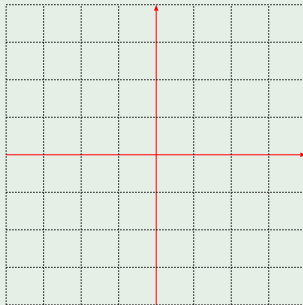
Placer les différents points :

$$z_A = 1 + 3j$$

$$z_B = -1 + 3j$$

$$z_C = -1 - 3j$$

$$z_D = 1 - 3j$$



Exercice 7 page 208

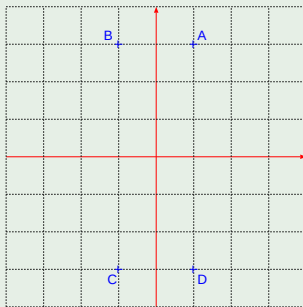
Placer les différents points :

$$z_A = 1 + 3j$$

$$z_B = -1 + 3j$$

$$z_C = -1 - 3j$$

$$z_D = 1 - 3j$$



Exercice 7 page 208

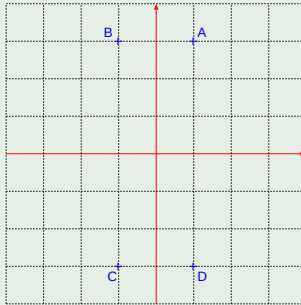
Placer les différents points :

$$z_A = 1 + 3j$$

$$z_B = -1 + 3j$$

$$z_C = -1 - 3j$$

$$z_D = 1 - 3j$$



La figure ABCD est un rectangle.

Exercice 7 page 208

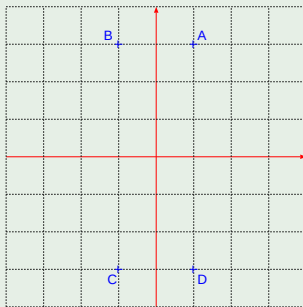
Placer les différents points :

$$z_A = 1 + 3j$$

$$z_B = -1 + 3j$$

$$z_C = -1 - 3j$$

$$z_D = 1 - 3j$$



La figure ABCD est un rectangle.
Prouvez-le.

1 Évolution de résolution d'équation

2 Écriture

- Algèbre
- Trigonométrie

3 Opérations

- Somme
- Produit
- Quotient

4 Exercices

- Exercices 1 et 2 page 208
- Exercice 7 page 208
- Exercice 13 page 210